O USO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

THE USE OF PROBLEM SOLVING METHODOLOGY IN TEACHING ARITHMETIC PROGRESSIONS

Adomiran Magno Martins[1]

RESUMO

Este artigo tem por finalidade estudar as contribuições da metodologia de resolução de problemas nos processos de ensino e aprendizagem das Progressões Aritméticas, por meio da identificação das características que tornam os problemas atraentes e motivadores e da busca das causas das dificuldades encontradas pelos alunos em seus estudos e que interferem na aprendizagem. Além disso, apresenta uma proposta de ensino de Progressões Aritméticas e uma reflexão sobre a aprendizagem desse conteúdo por meio de uma sequência didática envolvendo a metodologia de resolução de problemas.

Palavras chave: progressão aritmética, resolução de problemas, ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

This article aims at studying the contributions of problem-solving methodology in the teaching and learning processes of Arithmetic Progressions (AP), by identifying the characteristics that make problems attractive and motivating and seek the origins of the difficulties encountered by students in their studies which interfere with learning. Moreover, it presents a proposal for teaching AP and a reflection on the learning of this content through a didactic sequence involving the problem-solving methodology.

Keywords: arithmetic progression, problem-solving, teaching and learning.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta indagações a respeito do uso da metodologia de resolução de problemas no ensino das Progressões Aritméticas (PA).

A resolução de problemas na matemática escolar vem ganhando cada vez mais espaço nos debates e na prática pedagógica dos professores, pois, dentre tantos métodos e tendências que versam sobre como o aluno aprende mais facilmente matemática, este caminho apresenta-se prático e motivador, por conseguinte sem volta.

1 Mestrando em Educação pela Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de la Empresa. Especialista em Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias pela Universidade de Brasília. Licenciado em Matemática pela Fundação de Ensino Superior de Olinda. Bacharel em Ciências Agronômicas pela Universidade do Estado da Bahia. Atualmente é professor de matemática no Centro Territorial de Educação Profissional do Sertão do São Francisco.

O professor precisa estar preparado para conduzir o aluno a aprender por meio da solução de problemas, principalmente os problemas que são pertinentes à sua vida.

O que nos faz acreditar e apostar no uso desta metodologia durante as aulas de matemática no ensino médio é o fato de percebermos um maior envolvimento dos alunos quando são apresentados problemas bem elaborados, que podem ser explorados sobre vários ângulos ou aspectos, não apenas do ponto de vista matemático, mas também de outras disciplinas e até de outras ciências.

Um importante indicador que deixa claro a necessidade de trabalharmos com resolução de problemas, é o fato de os nossos alunos apresentarem péssimo desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), promovido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para checar o nível de conhecimento dos alunos com 15 anos, cujas perguntas são apresentadas na forma de problemas práticos, contextualizados, interessantes e motivadores; contudo, bem distante de como os conteúdos são abordados comumente em nossas escolas.

É bom lembrar, que os problemas resolvidos hoje em sala de aula não ajudam no desenvolvimento individual dos alunos, e nem preparam esses alunos para enfrentar o mercado de trabalho. É necessário que alunos e professores aprendam juntos a contextualizar o conteúdo de forma interdisciplinar e, que o conteúdo faça parte do cotidiano tanto dos alunos quanto dos professores.

Esta pesquisa visa estudar as contribuições da metodologia de resolução de problemas nos processos de ensino e aprendizagem de PA, identificando as características que tornam os problemas atraentes e motivadores e as causas das dificuldades encontradas pelos alunos no estudo de PA e que interferem na aprendizagem.

Com o objetivo de comprovar as hipóteses propostas, realizamos a elaboração, aplicação e discussão de uma sequência de atividades na forma de situações-problema.

SÉRIES NUMÉRICAS E PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

Exibimos um breve histórico sobre o conceito de séries numéricas e uma síntese do conteúdo progressão aritmética.

Noção de série: breve histórico

Começamos com a noção de série pretendendo estender a noção de soma a uma infinidade de parcelas.

Consideremos a seguinte situação: um corredor desloca-se em linha reta, a uma velocidade constante, entre dois pontos de uma reta, A e B, no que gasta um certo tempo T.

Para atingir o ponto B terá primeiro que efetuar o percurso até o ponto médio entre A e B, o que lhe demorará o tempo $\frac{T}{2}$; terá depois que chegar ao ponto médio entre este ponto e B, ou seja, percorrer metade da distância restante, no que gastará o tempo $\frac{T}{4}$ e assim sucessiva e indefinidamente.

O tempo total que lhe demorará o trajeto entre A e B é, assim, dado pela expressão $\frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \ldots + \frac{T}{2^n} + \ldots$,

Temos, então, uma soma com uma infinidade de parcelas, todas positivas, o que nos pode levar a pensar que o resultado é infinito. No entanto, o valor desta "soma" tem que ser T, pois este é o tempo que o corredor gasta no percurso. (quando n tende para + ∞ , S_n, a soma parcial de ordem n tende para T, que é o tempo efetivamente gasto pelo corredor a efetuar o percurso).

A situação aqui exposta está diretamente relacionada com um dos mais conhecidos Paradoxos de Zenão (a dicotomia), filósofo grego que formulou algumas questões relacionadas com aparentes contradições e que levaram a uma profunda crise na Matemática grega.

A Teoria das Séries permite resolver este problema, dando uma definição rigorosa da noção de "soma" infinita e mostrando que existem "somas" infinitas, com os termos todos positivos, cujo resultado é finito.

Série numérica: definição

Chama-se Série Numérica a uma expressão do tipo $a_1 + a_2 + ... + a_n + ...$, representada em geral por $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ ou $\sum_{n \geq 1} a_n$, que os números reais $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ se dizem os termos da série e constituem a sucessão de termo geral a_n, dito o termo geral da série. As somas

$$S_1 = a_1,$$

$$S_2 = a_1 + a_2,$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3,$$

$$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n,$$

Designam-se por somas parciais da série e a sucessão $S_1, S_2, S_3, ..., S_n$ ... é conhecida por sucessão das somas parciais da série. A S_n chama-se a soma parcial de ordem n.

Progressão Aritmética: definição e termo geral

Para Morgado, Wagner e Zani (1993), uma progressão aritmética é uma sequência $(a_n) = (a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$, na qual é constante a diferença entre cada termo a_{n+1} e o seu antecedente a_n. Essa diferença constante é chamada de razão e será representada por r. Assim, uma progressão aritmética de razão r é uma sequência (a_n) na qual $a_{n+1} - a_n = r$, para todo n natural.

Se (a_n) é uma progressão aritmética de razão r, então $a_n = a_1 + (n - 1) r$ é a fórmula do termo geral da progressão aritmética, para todo n natural (inteiro e positivo).

Pela definição de progressão aritmética, temos:

$$a_2 - a_1 = r$$

$$a_3 - a_2 = r$$

$$a_4 - a_3 = r$$

$$a_n - a_{n-1} = r.$$

Somando essas n – 1 igualdades, obtemos $a_n - a_1 = (n - 1) r$, isto é, $a_n = a_1 + (n - 1) r$.

Soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética

Quando o grande matemático Carl F. Gauss (1777-1855) tinha sete anos de idade, seu professor lhe pediu que calculasse a soma dos inteiros de 1 a 100. O professor, esperando que o trabalho durasse pelo menos uma hora, ficou surpreso quando, em poucos minutos, o pequeno Gauss anunciou que o valor da soma era 5050. A resposta estava correta e, curioso, o professor lhe perguntou como conseguira fazer o cálculo tão rapidamente. Gauss explicou-lhe que somara primeiramente 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98,... Assim obtivera 50 somas iguais a 101 e a resposta era 50 x 101 = 5050.

De acordo com essa mesma ideia, podemos calcular a soma dos termos de uma progressão aritmética qualquer.

A soma dos n primeiros termos da PA $(a_n) = (a_1, a_2, ..., a_n, ...)$ é igual a

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Apresentamos as teorias que versam sobre a aprendizagem por meio de resolução de problemas, definições de problemas sob os mais distintos ângulos e pensamentos e as diferentes maneiras de resolver problemas.

Aprendizagem através da solução de problemas

Piletti (1989), afirma que a teoria cognitiva elaborada inicialmente por John Dewey e depois por Jerome Bruner concebe a aprendizagem como solução de problemas. Afirma também que é por meio da solução de problemas do dia-a-dia que os indivíduos se ajustam ao seu ambiente. Do mesmo modo deve proceder a escola, no sentido de desenvolver os processos de pensamento do aluno e melhorar sua capacidade para resolver problemas do cotidiano.

De acordo com Piletti (1989), Dewey foi um professor preocupado com os problemas práticos do ensino. Para ele a escola deveria preparar seus alunos para a vida democrática, para a participação social, dando preferência à aprendizagem por descoberta. Apontou Dewey, em seus estudos, seis passos característicos do pensamento científico: tornar-se ciente do problema, esclarecimento do problema, aparecimento das hipóteses após um longo período de reflexão sobre o problema e suas implicações, seleção da hipótese mais provável, verificação da hipótese e generalização.

Conceitos

Devido à sua grande importância no ensino da matemática a resolução de problemas vem sendo amplamente estudada e pesquisada. Vejamos o que dizem alguns educadores matemáticos:

Segundo Pozo (1998), um problema, é de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas.

De acordo com Dante (2007), Butts afirma que estudar Matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente.

Segundo Polya (apud DANTE, 2007), a resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o papiro de "Rhind".

Kantowski (apud KRULIK; REYS, 1997), entende por problema uma situação que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta sua solução.

Dante (2007, p.9,10) define problema como "qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la" e problema matemático como "a situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la".

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (2006) defendem a resolução de problemas como meio de desenvolver habilidades e atitudes e de elaborar novos conceitos matemáticos.

Como resolver um problema

Encontramos várias menções a respeito de como resolver problemas, mas todas elas convergem para os trabalhos de Polya, que diz que são quatro as etapas principais para a resolução de um problema. (POLYA, 1956; POZO, 1994; DANTE, 2007).

1) **Compreender o problema:** Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? É redundante? Contraditória?

2) **Conceber um plano:** Já encontrou um problema semelhante? Ou já viu o mesmo problema proposto de maneira um pouco diferente? Conhece um problema relacionado com este? Poderia imaginar um problema análogo um pouco mais acessível? Um problema mais geral? Um problema mais específico? Pode resolver uma parte do problema?

3) **Execução do plano:** Ao executar o seu plano de resolução, comprove cada um dos passos. Pode ver claramente que o passo é correto? Pode demonstrá-lo?

4) **Visão retrospectiva:** Pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio? Pode obter o resultado de forma diferente? Você pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

A pergunta central que almejamos obter respostas é: a utilização da metodologia de resolução de problemas na construção do conhecimento das progressões aritméticas pode combater as dificuldades encontradas pelos alunos do ensino médio no seu aprendizado?

No Ensino Médio, etapa final da escolaridade básica, o ensino da Matemática não deve ser mais isolado, mas ter caráter integrador com as outras disciplinas e com o meio social, portanto, para conseguir desenvolver as habilidades e competências propostas, o professor precisa escolher a metodologia mais adequada.

Visando a interdisciplinaridade, a contextualização, um bom convívio com os alunos e a relação entre assuntos de outras disciplinas, escolhemos a linha metodológica de resolução de problemas. Pois assim, poderemos trabalhar com situações-problema de maneira prática, interessante e simples, sem exigir dos alunos que resolvam atividades enfadonhas e que são feitas para os estudantes não conseguirem resolver.

Devemos lembrar que problemas não são sinônimos de exercícios. Quando os professores propõem atividades após uma exposição teórica para que seus alunos pratiquem os modelos anteriormente mostrados, as únicas ações feitas neste tipo de exercício são: a imitação, a repetição e a memorização.

Para que uma atividade se encaixe dentro da Resolução de Problemas é necessário que haja a elaboração de uma verdadeira situação-problema, elaboração de estratégias de resolução, indefinição inicial quanto aos conhecimentos matemáticos que serão usados no processo de resolução e a validação da solução mediante questionamento das respostas obtidas.

O objetivo geral é estudar as contribuições da metodologia de Resolução de Problemas nos processos de ensino e aprendizagem das progressões aritméticas.

Mais especificamente, almejamos os seguintes objetivos:

- Identificar as características que tornam os problemas atraentes e motivadores para os alunos.
- Identificar as causas das dificuldades encontradas pelos alunos no estudo das progressões Aritméticas e que interferem na aprendizagem.

As hipóteses que conduziram esse estudo foram:

- O uso de informações científicas e também informações do cotidiano propiciam uma abordagem matemática mais contextualizada, pois apresentam temas abrangentes e da atualidade, que não se esgotam em uma única área do conhecimento.
- As habilidades para compreender conceitos matemáticos e interpretar fatos e relações preparam melhor os alunos para resolver problemas.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O desenvolvimento deste trabalho tem como elementos norteadores a elaboração, aplicação e discussão de uma sequência de atividades, voltado ao processo de construção do conhecimento de PA por meio da metodologia de resolução de problemas.

A sequência de atividades compreendeu quatro fases: estudos preliminares, elaboração das atividades da sequência e análise a priori, experimentação e análise a posteriori.

Estudos preliminares

Os estudos preliminares serviram de base para a construção das atividades da sequência, elaborada através de conhecimentos didáticos adquiridos na área de estudo e das análises que compreenderam os estudos históricos e epistemológicos sobre séries numéricas e progressões aritméticas, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que surgiram no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, as orientações curriculares de matemática para o ensino médio e os livros didáticos: Matemática, ensino médio, volume 1 de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz e Matemática (SMOLE; DINIZ, 2003), 1ª série de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2004).

Elaboração de atividades e análise a priori

A falta de situações-problema envolvendo PA nos livros didáticos levou à criação/adaptação de atividades que fossem contempladas com a metodologia de resolução de problemas.

As análises a priori, sob os pontos de vista matemático e didático, determinaram as escolhas feitas e permitiram controlar o comportamento de cada situação que envolvia o problema da atividade, bem como predizer procedimentos possíveis durante a realização do trabalho.

Experimentação

Na fase de experimentação, trabalhamos com uma turma do 2º ano do ensino médio da rede pública na cidade de Juazeiro da Bahia.

O 2º ano, turma C, vespertino, era composto por 30 alunos, e foram divididos em cinco grupos de seis alunos. Devido às faltas, apenas 25 alunos participaram das atividades.

Durante a execução das atividades, aplicadas no decurso de oito aulas de 50 minutos, os grupos tiveram momentos de reflexão e discussão, com orientações do professor nos momentos de dúvidas e na socialização de resoluções feitas por eles.

Análise a posteriori e validação

A análise a posteriori visou evidenciar a importância das atividades diversificadas nos processos de ensino e aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos, em especial PA, como também validar a proposta que evidencia a sequência de atividades aplicada e avaliada nessa pesquisa.

A sequência de atividades aplicada aos alunos do 2º ano do ensino médio teve como objetivo facilitar o aprendizado no estudo de PA por meio do uso da metodologia de resolução de problemas. Ela contém questões visando o reconhecimento das sequências numéricas que formam PA, o ensino de PA por meio de função afim, o conhecimento do conceito de PA, o desenvolvimento das fórmulas do termo geral e da soma dos termos de uma PA e o reconhecimento de PA de segunda ordem.

ATIVIDADE 1

Esta atividade, objetiva ensinar PA por meio de função afim, desenvolvendo as habilidades de reconhecimento de sequências numéricas que formam progressão aritmética, bem como apropriar-se do seu conceito – definir PA como função afim. Apresenta quatro exercícios fundamentados nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006).

O **exercício a** objetiva a identificação das sequências numéricas que representam PA. O aluno deverá reconhecer o padrão numérico através da diferença entre seus termos – a razão.

Os **exercícios b e c** têm por finalidade mostrar aos alunos que uma PA nada mais é do que uma função afim. Esperamos que a familiarização com esta atividade facilite a resolução destes dois exercícios e dos próximos, pois já conhecem o seu enunciado.

O **exercício d,** objetiva demonstrar aos alunos que através de dois algoritmos distintos pode-se chegar ao mesmo resultado, provando assim que PA e função afim são a mesma coisa.

Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles na cidade de Juazeiro da Bahia em agosto de 2007.

Número de litros comprados	1	2	3	4	...	39	40
Preço a pagar (R$)	2,70	5,40	8,10	10,80		105,30	108,00

a. A sequência "Preço a pagar (R$)" representa uma Progressão Aritmética? Justifique.

b. Observe que o preço a pagar é dado em função do número de litros comprados. Sabendo disso, escreva a fórmula matemática da função.

c. Qual relação você faz entre a lei da função e a fórmula do termo geral da PA?

d. Qual é o preço de 25 litros de gasolina? Encontre usando a regra da função e a fórmula do termo geral da PA. Quais são as suas conclusões?

ATIVIDADE 2

O objetivo das atividades 2 e 3 é fazer os alunos perceberem a presença de sequências numéricas, em especial PA, em situações do nosso dia-a-dia e em situações-problema que trazem informações científicas.

Ao ingressar na universidade, Roberta recebeu de seus pais duas opções de mesada:

Opção A – R$ 150,00 em janeiro e, todos os meses, mais R$ 150,00 que no mês anterior.

Opção B – R$ 1,00 em janeiro, triplicando todos os meses a mesada do mês anterior.

a. Qual das duas opções permitirá a Roberta receber mais dinheiro no final do ano?

b. Outubro é um mês em que Roberta prevê muitas despesas. Se o critério de escolha entre a opção A e a opção B fosse o valor da mesada de outubro, Roberta teria feito a mesma opção? (SMOLE; DINIZ, 2003, p. 102).

ATIVIDADE 3

O cometa **X** se aproxima da Terra a cada 26 anos, enquanto que o cometa **Y**, a cada 91 anos. Em 1889, ambos os cometas se aproximaram da Terra. Após essa data, qual é o número de vezes que o cometa **X** deverá se aproximar da Terra antes que os dois se aproximem dela no mesmo ano novamente? (SMOLE; DINIZ, 2003, p. 169).

ATIVIDADE 4

Esta atividade tem como objetivo desenvolver as habilidades referentes ao uso da fórmula do termo geral da PA e a construção do conhecimento matemático sobre múltiplos.

O ex-jogador Oscar, em entrevista a uma emissora de TV, prognosticou sobre o resultado do jogo de basquete entre Brasil e Argentina nos Jogos Pan-Americanos do Rio de Janeiro. Segundo ele, a equipe brasileira marcará um número de pontos igual à quantidade de múltiplos de três compreendidos entre 1 e 260; enquanto que os pontos a serem obtidos pela equipe argentina, corresponderão ao total de múltiplos de 5 compreendidos entre 26 e 367. Responda às perguntas seguintes de acordo com as informações dadas por Oscar.

a. Quantos pontos fez o Brasil?

b. Quantos pontos fez a equipe argentina?

c. Qual foi a diferença de pontos entre as duas equipes e quem venceu a partida?

ATIVIDADE 5

Objetiva, do mesmo modo que a atividade 4, desenvolver as habilidades de resolução de problemas envolvendo o uso da fórmula do termo geral da PA.

João foi a uma concessionária de automóveis para comprar um carro novo, e ficou em dúvida entre dois modelos. Ele sabe que deve escolher um automóvel e que, daqui a cinco anos, possa revendê-lo e conseguir o melhor preço.

Observe a tabela abaixo e indique qual dos dois modelos João deve escolher para comprar.

Modelo	Preço (R$)	Valor depreciado (diminuído) a cada ano (R$)
A	25.000,00	1.500,00
B	23.000,00	1.700,00

ATIVIDADE 6

Aqui, além de objetivar a compreensão dos alunos sobre a interpolação de termos aritméticos e o desenvolvimento das habilidades de cálculo, os mesmos terão que tomar uma decisão que mostrará se houve ou não apropriação de conhecimentos a respeito de PA e suas utilidades práticas.

No acostamento de uma estrada recém-privatizada, existem apenas dois telefones para pedidos de socorro mecânico: um no km 51 e outro no km 117. Entre eles serão colocados novos telefones, de modo que entre um e o seguinte se tenha sempre a mesma distância.

O engenheiro responsável por esse serviço terá que optar por uma das seguintes propostas:

1. Instalação de 5 telefones;
2. Instalação de 10 telefones.
    a. Se o engenheiro optar pela proposta 1, em que quilômetros ficarão os novos telefones?
    b. Em que quilômetros serão instalados os novos telefones, caso o engenheiro opte pela segunda proposta?
    c. Qual é a melhor proposta? Justifique.

ATIVIDADE 7

Esta atividade tem como objetivo reconhecer PA de segunda ordem e a obtenção de uma PA não estacionária ($r \neq 0$).

Ao ser perguntado, durante um assalto a banco, sobre qual era o segredo do cofre, o gerente da agência respondeu que não sabia abrir, mas que era formado pelos seis primeiros termos de uma Progressão Aritmética (PA) não estacionária obtida através da PA de segunda ordem (0, 3, 8, 15, 24, 35, . . ., $n^2 - 1$, . . .). O ladrão procurou entre os presentes alguém que soubesse do assunto. Encontrou um estudante universitário que disse que a sequência correta que abriria o cofre era (3, 6, 9, 12, 15, 18).

a. O ladrão conseguiu abrir o cofre?

b. Qual era o segredo do cofre?

ATIVIDADE 8

O objetivo desta atividade é desenvolver a compreensão do aluno em relação à soma dos termos de uma PA e as habilidades referentes ao desenvolvimento de problemas envolvendo a soma dos termos de progressão aritmética.

Uma pirâmide de esferas foi montada como mostra a figura.

ILUSTRAÇÃO 01: pirâmide de esferas.

Fonte: SMOLE; DINIZ, 2003, p. 174.

a) A pirâmide tem 4 "andares". Quantas esferas há na base?

b) Se a pirâmide tivesse 12 "andares", quantas esferas haveria na base? (SMOLE; DINIZ, 2003, p. 174).

ANÁLISE DE DADOS

Após a aplicação das atividades da sequência didática, mostramos a análise dos resultados obtidos dos alunos.

Atividade 1 – Progressão aritmética e função afim

Durante a aplicação dos exercícios da atividade 1, observamos as relações estabelecidas pelos alunos entre a função afim e a progressão aritmética.

Exercício a: o professor apresentou a atividade de forma a induzir os alunos à reflexão e discussão em seus grupos.

Participaram desta atividade 30 alunos organizados em grupos de seis elementos cada. Constatamos que todos os cinco grupos não encontraram dificuldades em chegar à conclusão que a sequência "Preço a pagar (R$)" é uma PA, demonstrando compreender o seu conceito. O professor observou durante as discussões em grupo, que o trabalho com informações do dia-a-dia facilitou o entendimento.

Observamos que no começo foi confuso para os alunos entenderem os objetivos deste trabalho. Somente com as orientações do professor e com o desenvolver das atividades é que os alunos foram ganhando desenvoltura, mesmo assim respondendo aos exercícios de forma tímida.

Exercícios b e c: Constatamos que todos os cinco grupos participantes não conseguiram chegar à fórmula matemática da função, sendo necessária a intervenção do professor para reforçar os conceitos de relação e função. Só a partir das explicações é que os alunos começaram a estabelecer relações entre o número de litros comprados e preço a pagar. Um dos grupos, apesar de ter respondido, observou que não houve compreensão de como se estabelece a função. Em relação ao exercício c, três grupos obtiveram êxito mostrando que PA e função afim são a mesma coisa. Dois grupos deixaram em branco, demonstrando desconhecer tal relação.

Exercício d: Aplicamos o exercício aos alunos e constatamos que nenhum dos cinco grupos resolveu a atividade conforme foi solicitado. Observamos que somente dois grupos conseguiram chegar ao preço de 25 litros de gasolina, mesmo assim, utilizando apenas a fórmula do termo geral da PA. O tempo destinado para a execução desta atividade foi insuficiente. Observamos que se fosse dado mais tempo para as equipes, obteríamos melhores resultados.

Atividade 2 – Presença das sequências numéricas em situações do cotidiano

Observamos que todos os cinco grupos responderam corretamente, mas sem demonstrar como chegaram ao resultado. Apenas um grupo conseguiu demonstrar matematicamente sobre as opções escolhidas. Constatamos que os alunos apresentam muita dificuldade quando são convidados a usar suas habilidades de cálculo e estabelecer relações entre as informações disponíveis para a resolução do problema.

Atividade 3 – Informações científicas e as sequências numéricas

Participaram desta atividade 30 alunos divididos em cinco grupos. Os alunos criaram uma linha do tempo para facilitar a compreensão e chegaram à conclusão que depois do ano 1889, o cometa **X** se aproximará da Terra seis vezes antes que os dois cometas se aproximem dela no mesmo ano, ou seja, em 2071. Todos os grupos conseguiram responder a esta atividade, mas somente dois responderam corretamente ao problema apresentado. Três grupos disseram que o cometa **X** se aproximará da Terra sete vezes antes que os dois se aproximem dela no mesmo ano novamente ao invés de seis, demonstrando dificuldade em interpretar fatos.

Atividade 4 – Termo geral da progressão aritmética

Constatamos que apenas um dos cinco grupos conseguiu resolver este problema de forma completa. Houve a necessidade de intervenção do professor para resgatar o conceito de múltiplos, só assim, começaram a resolver o exercício. Os alunos perceberam que uma sequência de múltiplos é uma progressão aritmética. Dois outros grupos responderam parcialmente.

Atividade 5 – Termo geral

A partir das atividades 4 e 5, constatamos que os alunos demonstravam muito interesse em querer responder às atividades, mesmo encontrando dificuldades de compreensão dos problemas propostos e da elaboração de um plano a ser seguido. Os alunos esbarraram na primeira e na segunda etapa da resolução de problemas, segundo Polya (1956). Mediante a motivação obtida através da vontade em querer superar essas barreiras, os alunos conseguiram desenvolver estratégias e realizar a transposição de tais obstáculos. Em relação à atividade 5, todos os grupos conseguiram responder de forma completa ao exercício proposto.

Atividade 6 – Interpolação de termos aritméticos e suas utilidades práticas

Três grupos conseguiram obter resultados parcialmente corretos, sendo que um deles escolheu a melhor proposta de instalação dos telefones sem usar cálculos. Apenas analisando o enunciado do problema.

Atividade 7 – PA de segunda ordem

Todos os grupos conseguiram resolver esta situação-problema de forma satisfatória e completa. Houve a compreensão do problema, elaboraram um plano a ser seguido, executaram este plano e chegaram aos resultados solicitados.

Atividade 8 – Soma dos termos de uma progressão aritmética

Três equipes conseguiram responder esta atividade de maneira completa. As outras duas equipes responderam parcialmente. Na opinião dos alunos, este foi o problema que mais tiveram dificuldade em responder. Todas as equipes insistiam em contar as esferas da base para o vértice superior. Somente com a intervenção do professor, os alunos perceberam que teriam que começar a contagem das esferas de cima para baixo. Com esse impasse resolvido, foi possível determinar a quantidade de esferas que haveria na base de uma pirâmide de 12 "andares" mediante o uso da fórmula da soma dos termos de uma PA.

CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo estudar as contribuições da metodologia de resolução de problemas nos processos de ensino e aprendizagem de progressão aritmética, por meio de uma sequência de atividades formada por situações-problema, com o intuito de facilitar ao professor o ensino do conteúdo e, ao aluno, o aprendizado.

Observamos que todos os alunos do 2º ano, ao qual aplicamos a sequência de atividades, são oriundos de escolas públicas, apresentando um desnivelamento de informações matemáticas considerável. No início da aplicação das atividades constatamos que nem o professor nem os alunos estão preparados para trabalhar com a metodologia de resolução de problemas. Os alunos demonstravam não entender o motivo de trabalhar um conteúdo através da forma como lhes foi apresentado, deixando-os inicialmente confusos. Com o decorrer do trabalho, os alunos já demonstravam total envolvimento, interesse e curiosidade, mesmo fora da sala de aula, em querer saber o "próximo passo" a ser dado para a obtenção das respostas aos problemas apresentados.

Divididos em grupos, os alunos discutiam entre si e entre grupos as solicitações das atividades, trocando ideias para chegarem à solução dos problemas. Porém, quando tinham de apresentar por escrito os cálculos de resolução, uma parte não conseguia fazê-lo completamente, ocorrendo assim, atividades incompletas ou em branco. No entanto, outros alunos apresentaram mais de uma forma de resolver algumas situações-problema.

Durante a aplicação da sequência, muitas vezes os alunos ficavam à espera do professor para receberem orientações quanto ao procedimento a ser adotado ou aguardando uma explicação sobre alguma dúvida encontrada. Entretanto, notamos que vários alunos desenvolveram com autonomia as atividades, procurando resolver sozinhos os problemas propostos e discutir com o grupo as soluções encontradas. Em alguns momentos, foi necessária a interferência do professor com exemplos modelos, facilitando o entendimento dos alunos, mas tirando-lhes a criatividade. Lembramos que as intervenções por parte do professor não tinham a intenção de interferir nas decisões dos alunos, deixando-os livres para tomar "seu próprio caminho".

Após a análise das informações obtidas com a aplicação da sequência de atividades, constatamos que as características que tornam os problemas atraentes e motivadores para os alunos são: a própria dificuldade em resolvê-los e o uso de informações científicas e também do cotidiano apresentadas de forma atual e abrangente. Observamos também, que as causas das dificuldades encontradas pelos alunos no estudo de PA e que interferem no seu aprendizado, são comuns a todos os demais conteúdos matemáticos: inabilidade para compreender e interpretar enunciados e estabelecer relações entre as informações disponíveis em um problema, que tem sua origem nas primeiras séries da educação infantil e nos primeiros anos da educação fundamental.

Estas observações validam nossas hipóteses de que:

- O uso de informações científicas e também informações do cotidiano propiciam uma abordagem matemática mais contextualizada, pois apresentam temas abrangentes e da atualidade, que não se esgotam em uma única área do conhecimento.
- As habilidades para compreender conceitos matemáticos e interpretar fatos e relações preparam melhor os alunos para resolver problemas.

Com relação à finalidade de ensinar PA através do uso da metodologia de resolução de problemas para combater as dificuldades encontradas pelos alunos de modo que haja aprendizado, o professor precisa ser capacitado para elaborar e aplicar uma sequência de atividades com este fim.

Destacamos também a necessidade de se dar maior importância ao ensino de padrões numéricos desde as séries iniciais.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília, DF: MEC/ Secretaria de Educação Básica, 2006. 2. v. 135 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. Ed. São Paulo: Ática, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: 1ª série.** São Paulo: Ática, 2004.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

MORGADO, Augusto César; ZANI, Sheila C.; WAGNER, Eduardo. **Progressões e matemática financeira**. Rio de Janeiro: SBM, 1993.

PILETTI, Nelson. **Psicologia educacional**. 7. Ed. São Paulo: Ática, 1989.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, Juan Ignácio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. São Paulo: Artes Médicas Sul, 1998.

SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática: 1ª série.** São Paulo: Ed. Saraiva, 2003.

Recibido el: 26/04/2020

Aprobado el: 29/06/2020